

SERE. Séries entières

QCOP SERE.3

- On peut appliquer directement la règle de D'Alembert pour les séries entières en calculant le quotient $\frac{(n+1)^\alpha}{n^\alpha}$.
- La série est « lacunaire » : les termes d'ordre impair sont nuls. Il faut donc fixer $z \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$, et revenir à la règle de D'Alembert pour les séries numériques en calculant $\frac{2^{n+1}z^{2(n+1)}}{2^n z^n}$ puis distinguer les cas en fonction de $|z|$ pour en déduire le résultat.

QCOP SERE.4

- On a $a_n \sim b_n$, les deux séries entières sont de même rayon de convergence, mais n'ont pas le même comportement au bord du domaine de convergence : $\sum_n a_n 1^n$ converge mais $\sum_n b_n 1^n$ diverge.

QCOP SERE.6

- $\forall n \in \mathbb{N}, a_n = 1$ et $b_0 = 1, b_1 = -1, \forall n \geq 2, b_n = 0$.
- Il s'agit du produit de Cauchy des séries entières $\sum_n x^n$ et $\sum_n x^n$.

QCOP SERE.7

- Puisqu'il y a convergence normale sur le fermé $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq R\}$, il y a continuité sur ce disque fermé.