

RED. Réduction

QCOP RED.7

1. On note u l'endomorphisme canoniquement associé à N .

a) L'endomorphisme u est trigonalisable non diagonalisable.

Notons $\mathcal{B} = (v_1, v_2)$ et $a \in \mathbb{K}^*$ tels que $\text{Mat}_{\mathcal{B}}(u) = \begin{pmatrix} 0 & a \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

b) Considérer $\mathcal{C} = (\widetilde{v}_1, \widetilde{v}_2)$ où $\widetilde{v}_1 = v_1$ et $\widetilde{v}_2 = \frac{1}{a} v_2$ puis écrire $\text{Mat}_{\mathcal{C}}(u)$.

2. a) Utiliser le théorème de Cayley-Hamilton.

b) Appliquer la première question à $N = A - \lambda I_2$.

c) Par récurrence, A^k et T^k sont semblables, et, par récurrence également, $T^k = \begin{pmatrix} \lambda^k & k\lambda^{k-1} \\ 0 & \lambda^k \end{pmatrix}$.

QCOP RED.8

1. On peut considérer l'application $\left\{ \begin{array}{l} S_A \longrightarrow \mathbb{K}^n \\ (X_k)_k \longmapsto X_0. \end{array} \right.$

2. a) Résultat. $X_k = A^k X_0$.

b) Diagonaliser $A : A = PDP^{-1}$. Puis, montrer que $D^k \xrightarrow{k \rightarrow +\infty} 0$.

QCOP RED.9

4. Résultat. $u^{-1} = \sum_{i=1}^r \frac{1}{\lambda_i} p_i$.